

# Particle Swarm Optimization による 音響反射板の最適設計

太刀岡 勇気 (三菱電機)

2014年5月20日

日本音響学会建築音響研究委員会

# Particle Swarm Optimization による音響反射板の最適設計 Optimal Design of Sound Reflector Using Particle Swarm Optimization

太刀岡 勇氣  
Yuuki Tachioka

三菱電機株式会社  
Mitsubishi Electric Corporation

**内容概要** 本報では、数値解析手法と最適化手法を組み合わせて効率的な音響設計を行うための最適化設計法を提案する。近年、数値解析手法の高速化・高精度化に関する多くの研究が行われている。しかしながら、数値解析技術が実用的に使われるようになるためには、これに加えて最適化設計の手法も合わせて開発する必要がある。本報では、音響反射板の設計を例にとり、Particle Swarm Optimization と呼ばれる最適化手法により最適な設計を行うことを目指す。実験により、室内音響指標に基づき音場の均一性を評価する評価関数を、最適化の過程において、最大化することができた。

## 1. はじめに

### 1.1 研究の背景

コンサートホール等の音響的な配慮が必要とされる空間を設計する際には、形状・材料等様々な仕様を慎重に決定する必要がある。これを誤ると、ある特定の場所に反射音が集中する音響障害や、多重反射によるロングパス・フラッターエコーといった物理的側面での問題や、響きが美しくないといった心理的側面での問題を引き起こす。現状では、経験を頼りにいくつかの仕様の候補をあげ、それを簡易残響式や幾何音響解析により検討し、残った数例に対して模型実験を行い最終的な形状を決めることが多い。この方法では、初めに人手で設計した少数の候補から最適解を選び出すことになるので、始めの候補の中に最適なものが含まれていないと、最適な設計はできない。このため、最適な形状を決定するには十分な経験が必要となってくる。また選定の過程で、真の最適解とは異なる解が選択されている可能性も否定できない。

これに対して、大量のサンプルを自動的に生成し、その中から客観的指標に基づき、最適なものを数値

解析によって選び出す方法をとれば、設計者の負担を軽減することができる。近年の計算機の進歩に伴い、幾何音響解析であれば、数千候補に対してその空間内での時間応答を計算する程度の計算量は許容できると考えられるので、計算時間の増加と引き換えに、いくつかの候補に自動的に絞り込むことができれば有用である。そのためには、いくつかの仕様の候補の中から最適なものを効率的に見つけ出す必要がある。各種の数値解析手法の高精度化や適用範囲拡大は行われているが<sup>1)</sup>、最適な形状を設計するための検討は見られない。数値解析手法を実用的なものにするためには、物理的に厳密なシミュレーションの行える波動音響解析における計算時間短縮の試み<sup>2)<sup>3)</sup>は引き続き必要だが、たとえ波動音響解析の計算時間が短縮されても、それを設計に活かす手法がなければ、結局十分な経験を持つ人にしか使えないことになりかねない。よって数値解析手法とともに、最適設計の手法を確立することも重要である。</sup>

電磁気の分野では、アンテナを保護するためのレドームと呼ばれる覆いの形状を最適化する問題が、以前より検討されてきている<sup>4)<sup>5)</sup>。レドームは任意の</sup>

入射角の入射波に対し良好な透過特性を持つ必要があり、この形状、厚み、材質を適切に設計することは難しい。実用的な波動解析が高負荷であるのは、電磁気の分野においても同じであるが、幾何光学法といった簡易的な計算手法と最適化手法を組み合わせた最適設計の手法がいくつか提案されている。最近のものでは、Particle swarm optimization(以下 PSO)という最適化手法<sup>⑥</sup>と幾何光学法を組み合わせた例<sup>⑦</sup>が見られ、良好な特性を持つレドームが得られたと報告されている。

## 1.2 研究の目的

本研究では、音響数値解析と最適化手法を組み合わせる最適設計の手法を提案する。近年、数値解析の研究対象としては波動音響解析が主流であるが、実務の現場では計算負荷の小さい幾何音響解析がよく用いられている。最適設計には多数のサンプルに対して数値解析を行う必要があるため、現状では計算負荷の大きな波動音響解析を用いることは実用的でなく幾何音響解析を用いることとする。

本研究の最終的な目的は、空間形状全体を最適化することにあるが、本報ではその端緒として、パラメータ数の少ない部位形状の最適化問題を扱うこととする。空間内の部位が全体の音場の特性に影響を与えることはよく知られている。本報では、ホールの天井面に取り付けられることの多い音響反射板(いわゆる浮雲)を対象として考察した。これは、直接音を補う初期反射音を、音場全体に分散することを目的に設置される。限られた形状に関しては、模型実験や波動音響解析による検討<sup>⑧⑨</sup>も行われているものの、このような反射板の形状は、経験によって決められることが多い。本研究では、反射板形状を最適化の変数とし、最適化手法である PSO を組み合わせ、その最適な形状の設計を行うことを目的とする。これにより部位の形状の最適設計ができ、これを発展することで室形状の最適設計にも用いることができると考えられる。

## 2. PSO の原理

あるベクトル  $\mathbf{r}$  に対する評価関数  $F(\mathbf{r})$  の値を、拘束条件の下で最大化する最適解  $\mathbf{r}_{\text{opt}}$  を求める問題を最適化問題と呼び、最適化問題を解くための手法を最適化手法と呼ぶ。すなわち最適解  $\mathbf{r}_{\text{opt}}$  は式(1)により得られる。

$$\mathbf{r}_{\text{opt}} = \arg \max F(\mathbf{r}) \quad (1)$$

最適化問題は、凸最適化問題と非凸最適化問題に分類される。前者は、勾配法などの手法を用いることで大域的な最適解を得るのが比較的容易なのに対し、後者は局所的な最適解に陥りやすく大域的な最適解を得るのが難しい。形状の最適化問題は、いくつかの局所最適解が存在するため、明らかに後者の問題である。

PSO は、生物の行動を模倣することで、非凸最適化問題を効率的に解くことを目的とした手法である<sup>⑩</sup>。鳥や魚の群れが移動するときには、1つ1つは別々の動きに見えても、全体の群れとしてはある一定の方向に移動する現象が見られる。PSO では、いくつかの最適解の候補(個体(particle))とそれらで構成される集団(swarm)を考える。集団と個体の間で連携をとりながら、個体を移動させることで最適解に導くのが PSO である。PSO は、あるランダムな初期状態から始めて、繰り返しを経るごとに解を更新して最適解に近づけるという点では、遺伝的アルゴリズムとも共通性がある。しかしながら、PSO には遺伝的アルゴリズムにある交叉や突然変異といった機構は備わっていない。そのまま各個体を別々に最適化するだけでは局所最適解に陥ってしまうので、集団と個体の間の関係性の情報を利用する。

PSOにおいては、個体は  $Q$  個の最適化変数により張られる  $Q$  次元空間内を移動する。よって、各個体は  $Q$  次元の位置ベクトル  $\mathbf{r}$  と速度ベクトル  $\mathbf{v}$  を記憶している。初期状態は、最適化変数がとりうる値の中で、乱数により発生させたランダムな状態とする。以下に示す反復を行い、個体を最適解へと導く。 $k$  回目の反復における個体  $i$  の位置ベクトルと速度ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{r}_i^k, \mathbf{v}_i^k$  とすると、 $k+1$  回目のそれ

は式(2),(3)により更新される。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \gamma \mathbf{r}_i^k + c_1 \eta (\mathbf{r}_{best(i)}^k - \mathbf{r}_i^k) + c_2 \eta (\mathbf{r}_{best}^k - \mathbf{r}_i^k) \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + t \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (3)$$

ここで  $\mathbf{r}_{best(i)}^k$  は  $k$  回目までの反復における個体  $i$  における最適解、 $\mathbf{r}_{best}^k$  は集団の最適解である。 $\gamma$  は慣性重み ( $[0,1]$ )、 $c_1$ 、 $c_2$  は個体・群れそれぞれに対する信頼性を表す定数、 $\eta$  は  $[0,1]$  の乱数である。(パラメータは、 $\gamma=0.6$ 、 $c_1=1.0$ 、 $c_2=1.0$ 、 $t=1$ 、 $\mathbf{v}_i^0=0$  にそれぞれ設定した。) 式(2)の第1項は慣性項、第2項は局所的な最適解を探索する項、第3項は大域的な最適解を探索する項である。個体は自身の最適解  $\mathbf{r}_{best(i)}^k$  と、集団の最適解  $\mathbf{r}_{best}^k$  に引き寄せられることがわかる。また移動速度  $\mathbf{v}_i$  は最適解から遠い個体ほど大きく、最適解に近づきやすいようになっている。慣性重み  $\gamma$  により、局所最適解と大域最適解のバランスをとっている<sup>11)</sup>。また乱数  $\eta$  により遺伝的アルゴリズムの突然変異に似た機構を与えていていると考えられる。

PSO は遺伝的アルゴリズムに比べ収束速度は速いが、突然変異の機構は強力には働くないので、初期値の影響で、局所的な最適解に陥ることもある。そこで複数の初期値から開始して最適化を行った。以上のプロセスをまとめると以下のようになる。

1. 亂数を用いて、最適化変数の初期値  $\mathbf{r}_i^0$  を決定し、ランダムな初期状態とする。 $k=0$  とする。
2. 評価関数  $F(\mathbf{r}_i^k)$  を全ての個体  $i$  に対して計算する。
3. 個体  $i$  についての評価関数  $F(\mathbf{r}_i^k)$  を最大とする、個体の最適解  $\mathbf{r}_{best(i)}^k = \arg \max_k F(\mathbf{r}_i^k)$  を更新する。
4. 全ての個体についての評価関数  $F(\mathbf{r}_i^k)$  を最大とする群れの最適解  $\mathbf{r}_{best}^k = \arg \max_{k,i} F(\mathbf{r}_i^k)$  を更新する。
5. 式(2)(3)により次ステップのすべての個体の位置ベクトル  $\mathbf{r}_i^{k+1}$  と速度ベクトル  $\mathbf{v}_i^{k+1}$  を更新する。
6. 定められた条件に達していないければ、 $k$  に 1 を加え、2 に戻り繰り返す。

### 3. PSO による音響反射板の設計

#### 3.1 実験条件

音響シミュレーションには幾何音響解析手法を用

いた。これは、一般に最適化手法は、反復のための繰り返しの計算量が大きく、波動音響解析手法の適用は現実的でないためである。例えば PSO により、20 個体で 100 回の繰り返し計算をした場合、2,000 回のシミュレーションが必要となる。ただし最適化手法は、模型実験に対しても波動音響解析に対してもそのまま適用できる。幾何音響解析には、音線法によるもの<sup>12)</sup>と虚像法によるもの<sup>13)</sup>があるが、虚像法は時間の経過とともに計算量が指数的に増加する<sup>14)</sup>ため、ここでは音線法を用いた。後期反射成分を統計的に扱う<sup>15)</sup>ことはしなかった。

音線法では通常壁面に入射した成分は、鏡面反射されると仮定する。近年、乱反射を模擬するために乱反射率が提案され<sup>16)17)</sup>、実際に幾何音響解析ソフトに組み込まれている<sup>18)20)</sup>。本報でも材質を特徴づけるものとして<sup>21)</sup>、乱反射率を導入した。乱反射率に応じて乱反射を起こし、境界でランベルト則に従うようにランダムに反射方向を決定することで乱反射を模擬した。乱反射の際に、エネルギーの小さい多数の音線がランベルト則に従い反射されるモデルを導入するとより精度を高めることができるが、この方法は音線数が時間の経過とともに増加し計算負荷が増加するため、今回は簡便な手法とした。音線数は 100,000 本、音線追跡時間は 5 秒とした。エコータイムパターンを求める際のサンプリング周波数は 20 kHz とした。

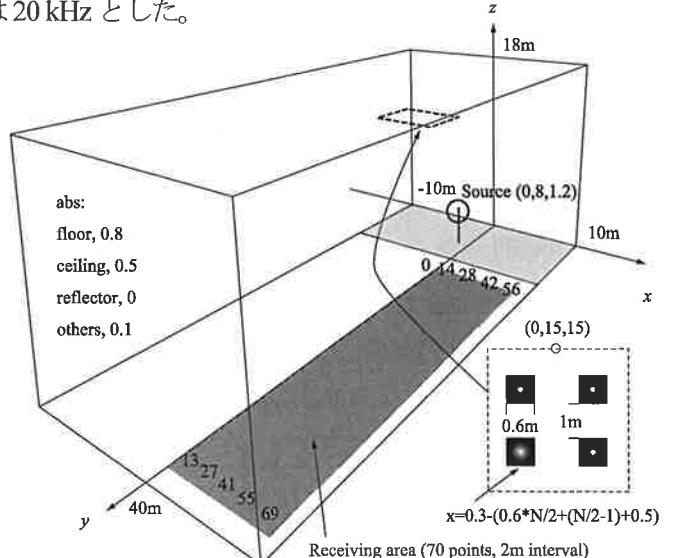


Fig. 1 Geometry of an analyzed hall.

解析の対象としたホールを Fig. 1 に示す。図のように室形状、吸音率等を設定した。Sabine の式による残響時間は 1.85 秒、Eyring の式による残響時間は 1.52 秒である<sup>22)</sup>。反射板は図の点線位置に  $N \times N$  個 ( $N = 1, 2, 3, 4$ ) 配置した。反射板の吸音率は 0 としたため、上記残響時間は  $N$  によらず一定である。形状は平板に、ある一定のそりを持たせた形とした<sup>89)</sup>。受音点は 70 点格子状に配置し、番号  $m$  ( $0 \leq m \leq 69$ ) の座標が  $(2 \times \text{int}(m/14), 12 + 2 \times \text{mod}(m, 14), 1.5)$  になるようにした。ここで  $\text{int}$  は整数に切り捨てる関数である。 $\text{mod}(m, n)$  は  $m$  を  $n$  で割った余りを返す。

形状の設計を最適化問題に定式化するために、最適化の変数  $r$  と評価関数  $F$  を定める必要がある。形状は文献 9)で検討されている形を一般化して、式(4)の形とした。 $q$  は 0.6 で固定し、 $\theta [^\circ]$  や  $\beta$  を最適化の変数とした。 $x', y', z'$  はそれぞれ反射板中心を原点とする局所座標系である。

$$z' = \frac{q}{\sin(\theta)} - \left( \beta \sqrt{\left( \frac{q}{\sin(\theta)} \right)^2 - x'^2} + (1 - \beta) \sqrt{\left( \frac{q}{\sin(\theta)} \right)^2 - y'^2} \right) \quad (4)$$

反射板の例を Fig. 2 に示す。反射板の乱反射率  $s$  は 0 で固定とした場合(乱反射なし)と、最適化の変数に含めた場合(乱反射あり)の 2 通り実験した。最適化変数は  $r = (\beta, \theta, s)$  となる。

次に評価関数  $F$  を決定する。音響反射板は、エネルギーの高い初期反射音を分散し、多くの場所に直接音をサポートする初期反射音を到達させるのとともに、ある特定の場所に反射音が集中するのを避けることを目的としている。周囲の受音点と音響指標が大きく異なる受音点では、音響障害が起こっている可能性がある。一つの考え方として、これを避けるためには室内音響指標のばらつきを小さくすることが考えられる。そこで評価関数  $F$  としては、式(5)のように各受音点における残響時間( $T_{20}$ )、クラリティ( $C_{80}$ )、時間重心( $T_s$ )の 3 つの室内音響指標<sup>22)</sup>の標準偏差  $\sigma$  の逆数の和とした。

$$F(r) = \frac{1}{\sigma(T_{20})} + \frac{1}{\sigma(C_{80})} + \frac{1}{\sigma(T_s)} \quad (5)$$

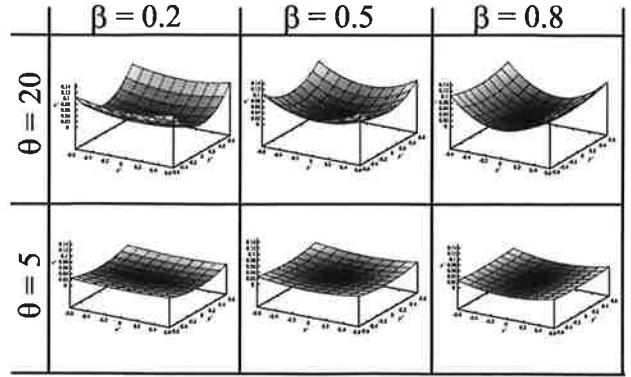


Fig. 2 Example of acoustic reflectors.

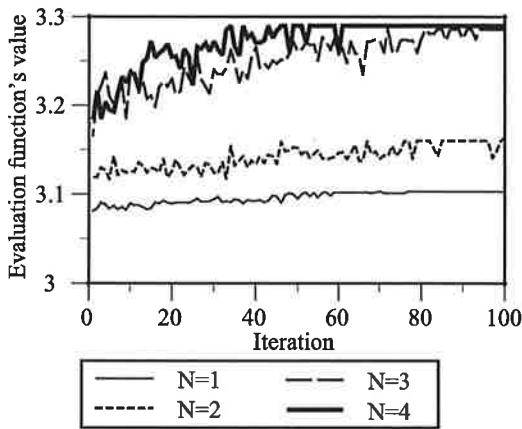
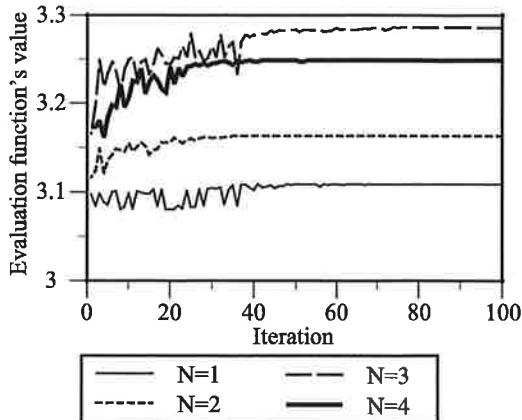
このように評価関数を設定することで、これらの指標を、受音エリアでできるだけ均一にするように、最適化が進むことになる。

以上で、最適化変数  $r$  と評価関数  $F$  が定まったので、PSO により最適化を行う。初期値の影響によって局所最適解に陥ることを避けるため、3 つの異なる初期値から最適化を開始し、反復を 100 回繰り返した。手順としては以下に示す通りになる。

1. 亂数で発生させた初期値を  $r_i^0$  とする。この際、 $\beta$  は  $[0, 50]$ 、 $\theta$  は  $[0, 1]$ 、 $s$  は  $[0, 1]$  の範囲に収まるようとする。 $k = 0$  とする。
2.  $r^k$  より、反射板を含む室形状を生成し、幾何音響解析を行う。
3. 求まったエコータイムパターンから、上記の室内音響指標と評価関数  $F(r)$  を算出する。
4.  $k$  が 100 より小さければ、上述の PSO のプロセスにより、次ステップでの  $r^{k+1}$  を求め、 $k$  に 1 を加え、2 に戻る。 $k$  が 100 以上なら終了する。

### 3.2 結果と考察

まず繰り返しによる評価関数の群れの中の最大値の推移を示す。3 つの初期値の中で最終的な評価関数の最大値が最も高かったものを示している。乱反射を考慮しない場合が Fig. 3 であり、考慮した場合が Fig. 4 である。どちらもほぼ単調に増加しており、100 回の繰り返しでほぼ収束している。



次に  $N = 3$  の場合の初期状態と 100 回繰り返し後の最適化変数の乱反射なしの場合の分布を示す。3 つの初期状態のうちの 1 つ目を  $\beta$ - $\theta$  平面上に Fig. 5 に示す。このように全平面にほぼ均等に分散している。最も  $F$  の値の高かった点を星印で示している。これに対して 100 回繰り返し後には、それぞれ 3 つの異なる初期状態に対応して、Fig. 6、Fig. 7、Fig. 8 のようになった。このように群れとしての最適解に吸い寄せられるように個体が移動したことがわかる。なお乱反射ありの場合も同傾向を示した。

次に本手法による改善の程度を見るために、 $N=3$  で乱反射ありの場合の音響指標の受音点ごとのばらつきを比較する。各受音点における指標のばらつきが小さくなるように最適化をしているので、最適化の前後でばらつきが小さくなればよい。

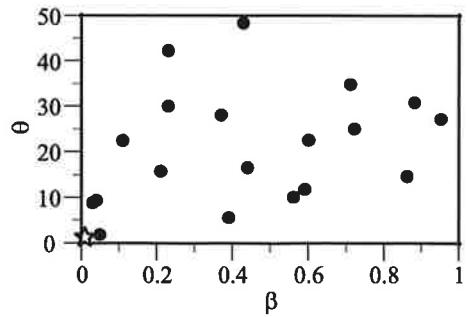


Fig. 5 The 1<sup>st</sup> set of initial value on  $\beta$ - $\theta$  plane. Asterisk represents the optimal solution. (without scattering reflections,  $N=3$ )

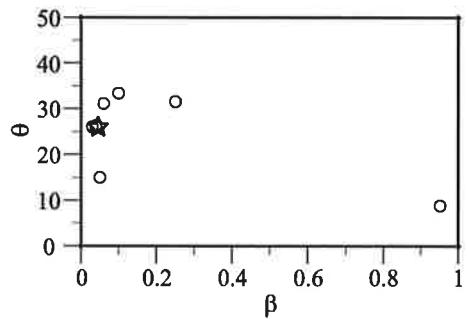


Fig. 6 Value after 100 iterations on  $\beta$ - $\theta$  plane corresponding to 1<sup>st</sup> set of initial value.

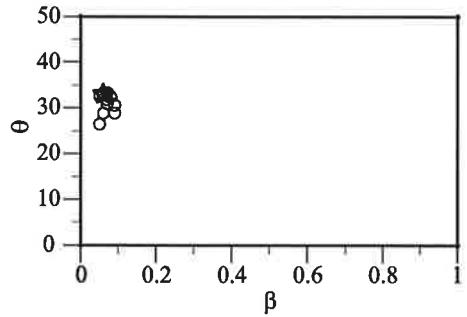


Fig. 7 Value after 100 iterations on  $\beta$ - $\theta$  plane corresponding to 2<sup>nd</sup> set of initial value.

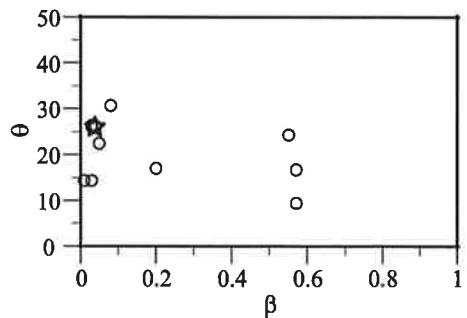


Fig. 8 Value after 100 iterations on  $\beta$ - $\theta$  plane corresponding to 3<sup>rd</sup> set of initial value.

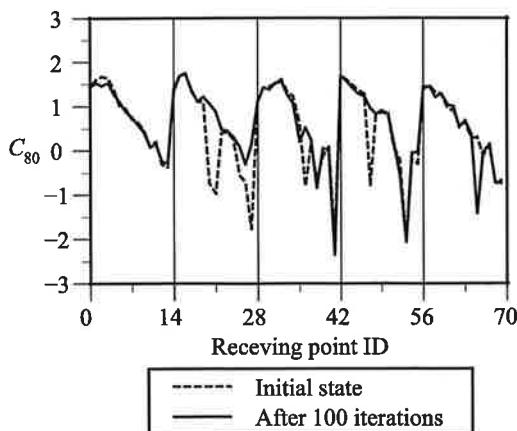


Fig. 9  $C_{80}$  respective to receiving points at initial state and after optimization. (with scattering reflections,  $N=3$ )

$C_{80}$ の場合をFig. 9に示す。図中縦の区切り位置が、その列のステージに最も近い点である。どちらの場合も、ばらつきが小さくなっていることがわかる。特に受音点中央から1列目の中後方付近(ID20から30)の $C_{80}$ の改善が著しい。これは反射板の影響で直接音をサポートする低次の反射音が受音点に到来したため、明瞭性が増したためである。反射板は吸音しないため、残響時間に与える影響は大きくはないが、エコーを防止することで一部の受音点の $T_{20}$ の増加を抑える働きは見られる。

最後に100回繰り返し後の最適化された $\beta$ と $\theta$ の分布をFig. 11に示す。乱反射なし・ありで結果は近いものとなっている。 $N=2$ と $N=4$ は反射板が $y$ 軸上( $x=0$ )にないことが、 $N=1$ と $N=3$ は反射板が $y$ 軸上( $x=0$ )にあることが共通している。前者は $\theta$ の値が小さく、ほぼ平板となっている。これは反射板が反ると中心部の間隔があき、吸音率の高い天井に直接波が入射し、 $y$ 軸付近の受音点の明瞭性が低下するためであろう。このため、平板に近い形にして、反射板間の隙間が空かないようにした方が $F$ の値を大きくできたと思われる。後者の場合は、 $\theta$ の値が比較的大きい。 $y$ 軸上には反射板があるため中心部に反射が返らなくなることはなく、なるべく反ることで側方にも反射波を反射させることができるのであるためと考えられる。 $\beta$ の大小は側方と後方どちらに

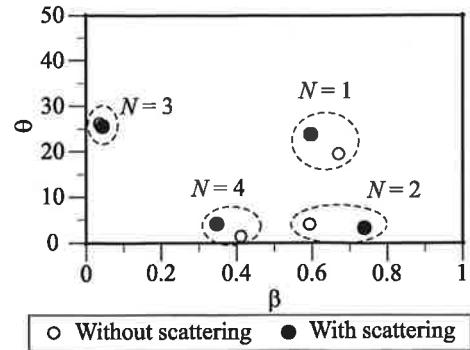


Fig. 10 Optimal value on  $\beta$ - $\theta$  plane after 100 iterations ( $N = 1, 2, 3, 4$ ) without and with scattering reflections.

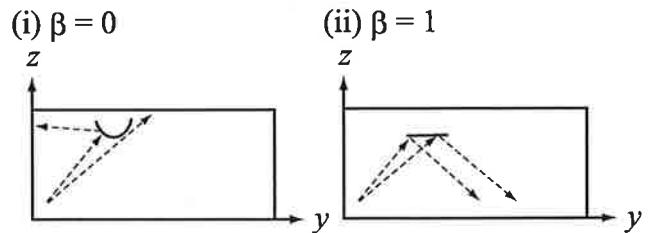


Fig. 11 Schematics that represent the reflected sounds at  $\beta=0$  and  $\beta=1$ .

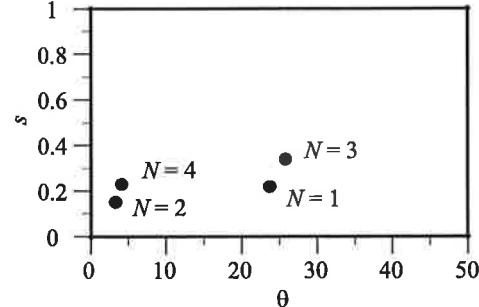


Fig. 12 Optimal value on  $\theta$ - $s$  plane after 100 iterations ( $N = 1, 2, 3, 4$ ) without and with scattering reflections.

反射音を到達させることを重視しているかに対応する。Fig. 11に、 $\theta$ が同じ場合の $y$ - $z$ 平面の断面図を、 $\beta$ の大小に応じて示す。 $N=3$ の場合は側方への反射音を到達させることを重視していると考えられる。

乱反射を考慮した場合の $\theta$ と $s$ の最適化の結果をFig. 12に示す。乱反射率はどれも0.15から0.4の間に収まっており、乱反射率が高いほど良いというわけではないことがわかる。

#### 4. まとめ

本報では、現状は人手で行われている音響的な空間の設計に数値解析を援用するために必要な最適設計の手法を検討した。その一例として、部位の形状の設計問題として音響反射板の設計を取り上げた。受音点における室内音響指標のばらつきを小さくすることを目的として評価関数を設定し、最適化手法に PSO を用いることでこの目的を達成することができた。評価関数を変えることで、設計仕様に合わせた最適化が可能である。今後の課題としては、室全体に取り付けられた拡散体の検討<sup>10)</sup>や、室形状を自動生成できる手法<sup>23)</sup>と組み合わせての室全体の形状の設計の検討があげられる。

#### 参考文献

- 1) 日本建築学会(編): 音環境の数値シミュレーション 日本建築学会, 2011.
- 2) Sakuma,T. and Yasuda,Y.: Fast multipole boundary element method for large-scale steady-state sound field analysis, Part I: Setup and Validation, *Acustica/acta acustica*, Vol.88, No.4, pp.513-525, 2002.8
- 3) 奥園 健, 大鶴 徹, 岡本則子, 富来礼次: 反復解法を適用した時間領域有限要素法による室内音場解析, 日本建築学会環境系論文集, Vol.73, No.628, pp.701-706, 2008.6
- 4) Hsu,F., Chang,P.R., and Chan,K.K.: Optimization of two-dimensional radome boresight error performance using simulated annealing technique, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol.41, No.9, pp.1195-1203, 1993.9
- 5) 千葉英利, 稲沢良夫, 宮下裕章, 小西善彦: Particle Swarm Optimization を用いたレドーム最適設計, 電子情報通信学会技術研究報告(AP), Vol.107, No.431, pp.21-25, 2008.1
- 6) Kennedy,J. and Eberhart,R.: Particle Swarm Optimization, Proceedings of IEEE the International Conference on Neural Networks, pp.1942-1948, 1995.12
- 7) 前川純一, 桜井美政, 安藤四一: 模型実験による舞台音響反射板の形の選択, 日本建築学会論文報告集, 第 103 号, p.247, 1964.10
- 8) 横田孝俊, 坂本慎一, 橘 秀樹: 平面配列不連続音響反射板の反射特性に関する数値解析, 日本建築学会講演梗概集, 環境工学 I, pp.75-76, 1999.7
- 9) 伊藤敦子, 安田洋介, 佐久間哲哉: 音響反射板の立体的形状が反射特性に及ぼす影響について, 日本建築学会講演梗概集, 環境工学 I, pp.69-70, 2001.7
- 10) Yokota,T., Seimiya,T., Sakamoto,S., and Tachibana,H.: Difference in acoustic effect of sound diffusers due to room shapes, *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)*, Vol.21, No.5, pp.283-285, 2000.10
- 11) Shi,Y.: Parameter selection in Particle Swarm Optimization, Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Evolutionary Programming VII, pp.591-600, 1998.3
- 12) Krokstad,A., Strom,S., and Sørsdal,S.: Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique, *J. Sound Vibr.*, Vol.8, No.1, pp.118-125, 1968.7
- 13) Allen,J.B. and Berkley,D.A.: Image method for efficiently simulating small-room acoustics, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.65, No.4, pp.943-950, 1979.8
- 14) Lehmann,E.A. and Johansson,A.M.: Diffuse Reverberation Model for Efficient Image-Source Simulation of Room Impulse Responses, *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, Vol.18, No.6, pp.1429-1439, 2010.8
- 15) Heinz,R.: Binaural room simulation based on an image source model with addition of statistical methods to include the diffuse sound scattering of walls and to predict the reverberant tail, *Appl. Acoust.*, Vol.38, No.2-4, pp.145-159, 1993.
- 16) Vorländer,M. and Mommertz,E.: Definition and measurement of random incidence scattering coefficients, *Appl. Acoust.*, Vol.60, No.2, pp.187-199, 2000.6
- 17) Sakuma,T., Kosaka,Y., Geetere,L.D., and Vorländer,M.: Relationship between the scattering coefficients determined with coherent averaging and with

directivity correlation, Acustica/acta acustica, Vol.95, No.4,  
pp.669-677, 2009.8

18) Dalenbäck,B.I.: Room acoustic prediction based on  
a unified treatment of diffuse and specular reflection, J.  
Acoust. Soc. Am, Vol.100, No.2, pp.899-909, 1996.4

19) Rindel,J.H.: The use of computer modeling in room  
acoustics, J. Vibroeng. No.3, pp.219-224, 2000.

20) 江渕克志, 中野国隆, 古澤 眇, 古屋 浩, 黒木  
莊一郎: 室境界面の乱反射率を考慮した幾何音響解  
析法に関する検討 その 2 空間モデルにおける音場  
解析, 九州共立大学工学部研究報告, 第 33 号,  
pp.47-54, 2009.2

21) Hanyu,T.: A theoretical framework for  
quantitatively characterizing sound field diffusion based  
on scattering coefficient and absorption coefficient of  
walls, J. Acoust. Soc. Am, Vol.128, No.3, pp.1140-1148,  
2010.6

22) Kuttruff,H.: 室内音響学 市ヶ谷出版, 2003.

23) 星 和磨, 羽入敏樹, 関口克明: 室形状の周波  
数別自動生成を組み込んだ音線法による音響シミュ  
レーション, 日本建築学会環境系論文集, 第 73 卷  
第 625 号, pp.267-274, 2008.3